

走行に必要なエネルギー

1. 走行に対する抵抗

平地走行は割と楽ですが、上り坂や向かい風を受けて走るのは結構大変ですね。もっとも、体力維持や脂肪の燃焼を目的にする場合は楽な走行ばかりしてはダメですよ。

ここでは自転車を走らせるために必要なエネルギーについて考えてみます。

自転車を走らせるためには、次の抵抗に打ち勝ち、効率を考慮する必要があります。

路面との摩擦抵抗

空気抵抗（空気の中を移動することによって発生する抵抗）

位置エネルギーの増加（上り坂）

運動エネルギーの増加（加速）

動力伝達機構の効率

人間の効率

1.1 路面との摩擦抵抗

自転車は二つのタイヤが路面を転がって走ります。このタイヤと路面の間に転がり摩擦が発生します。（二つのものが接触して相対的に運動するときは必ず摩擦が発生します）この摩擦抵抗（力）は次の式で表すことができます。前後輪のペアリングの摩擦抵抗もこの中に含めて考えます。

$$F_F = C_F \cdot m \cdot g \quad (1)$$

ここで、 F_F ：路面との摩擦抵抗， C_F ：路面との摩擦抵抗係数， m ：自転車，ライダー他、自転車といっしょに走行するものの全質量， g ：重力加速度です。

この摩擦抵抗に打ち勝って走行するために必要な動力は次の式で表されます。

$$P_F = V_B \cdot F_F = V_B \cdot C_F \cdot m \cdot g \quad (2)$$

ここで、 P_F ：摩擦抵抗に打ち勝つために必要な動力， V_B ：自転車の速度です。

この動力での走行を時間 T_F だけ継続するために必要なエネルギーは次の式で表されます。

$$E_F = P_F \cdot T_F \quad (3)$$

ここで、 E_F ：摩擦抵抗に打ち勝って走行するために必要なエネルギーです。

1.2 空気抵抗

無風状態でも自転車が走行すると、自転車の速度と同じ向かい風を受けることになります。空気をかき分けて進むためには動力が必要なんですね。川の土手に作られたサイクリングロードを走ると強烈な向かい風に遭うことがあります。こんなときは自転車の速度と向かい風の速度をあわせた速度に対して抵抗が発生します。空気抵抗（力）は次の式で表すことができます。

$$F_A = \frac{1}{2} C_A \cdot A \cdot \rho \cdot (V_B + V_W)^2 \quad (4)$$

ここで、 F_A ：空気抵抗， C_A ：空気抵抗係数， A ：自転車とライダーを合わせた前面投影面積， ρ ：空気密度， V_W ：風速（向かい風の場合が正、追い風の場合は負）です。

この空気抵抗に打ち勝って走行するために必要な動力は次の式で表されます。自転車の速度と向かい風の風速の和の三乗に比例した動力が必要になります。これはかなり強烈な抵抗になりそうですね。

$$P_A = (V_B + V_W) \cdot F_A = \frac{1}{2} C_A \cdot A \cdot \rho \cdot (V_B + V_W)^3 \quad (5)$$

ここで、 P_A ：空気抵抗に打ち勝つために必要な動力です。

この動力での走行を時間 T_A だけ継続するために必要なエネルギーは次の式で表されます。

$$E_A = P_A \cdot T_A \quad (6)$$

ここで、 E_A ：空気抵抗に打ち勝って走行するために必要なエネルギーです。

1.3 位置エネルギーの増加（上り坂）

平地を走行する場合は、重力の影響は 1.1 項の摩擦抵抗だけですが、上り坂を登るときは自転車の位置エネルギーを高めるために人間がエネルギーを供給してやる必要があります。下るときは自分が持っている位置エネルギーを消費できますから何もせずに勝手に下っていきますね。上りがあれば必ず下りがある。だからつらい上りも頑張れるというものです。重力による位置エネルギーは次の式で表すことができます。

$$E_p = m \cdot g \cdot h \quad (7)$$

ここで、 E_p ：位置エネルギー， h ：高さです。

位置エネルギーの変化のために要した時間を T_p とすると、位置エネルギーを高めるために必要な動力は次の式で表すことができます。

$$P_p = \frac{E_p}{T_p} = \frac{m \cdot g \cdot h}{T_p} \quad (8)$$

ここで、 P_p ：位置エネルギーを高めるために必要な動力です。

一般的に上り坂は勾配(%)で表すようです。水平距離 100 m で高さが H_g m まで登る場合を勾配 H_g % といいます。

勾配 H_g % の坂を高さ h まで一定速度 V_B で登る場合、高さ h に到達する時間は次のようになります。

$$\text{高さ } h \text{ に到達する時間} = \frac{\sqrt{\left(\frac{100h}{H_g}\right)^2 + h^2}}{V_B} \quad (9)$$

式(9)を式(8)の T_p に代入して、勾配 H_g % を用いた場合の必要動力が次のように求められます。

$$P_p = \frac{m \cdot g \cdot h}{T_p} = \frac{m \cdot g \cdot h \cdot V_B}{\sqrt{\left(\frac{100h}{H_g}\right)^2 + h^2}} = \frac{m \cdot g \cdot H_g \cdot V_B}{\sqrt{100^2 + H_g^2}} \quad (10)$$

1.4 運動エネルギーの増加

長い直線の道で「よし、今日の最高速度を出そう」と、思いっきりペダルを踏んで頑張ると心臓が張り裂けそうになります。これは加速（速度を上げる）するためにはエネルギーを供給しなければならないからです。逆にペダルを踏むのを止めてしばらく走らせると徐々に速度が落ちてきます。これは自転車に蓄えられた運動エネルギーが摩擦抵抗や空気抵抗によって消費されるためです。加速して速度が大きくなるということは自転車がもつ運動エネルギーが大きくなったことになります。増加した運動エネルギーが供給したエネルギーに等しいことから次の式が得られます。

$$E_K = \frac{1}{2} m \cdot V_2^2 - \frac{1}{2} m \cdot V_1^2 \quad (11)$$

ここで、 E_K ：加速に要するエネルギー、 V_1 ：加速を開始したときの自転車の速度、 V_2 ：加速を完了したときの自転車の速度です。

加速を開始してから完了するまでの時間（運動エネルギーの増加に要した時間）を T_K とすると、運動エネルギーを高めるために必要な動力は次の式で表すことができます。

$$P_K = \frac{E_K}{T_K} = \frac{m}{2T_K} (V_2^2 - V_1^2) \quad (12)$$

ここで、 P_K ：運動エネルギーの増加に要する動力です。

減速する場合は、式(11)、式(12)が負になるため、必要な動力もエネルギーも零と考えます。また、このときの摩擦抵抗、空気抵抗の計算では V_1 と V_2 の平均速度を使用します。

1.5 動力伝達機構の効率

一生懸命ペダルをこいても、その力がすべて走行に使われることはありません。すべての機械には効率というものがあるためエネルギーの変換過程で必ず損失があるのです。自転車の場合、ペダルに加えた力がチェーンによって後輪に伝達されますが、ここでいくらか損失が発生します。この効率を η_{pt} とします。

1.6 人間の効率

人間は意外と効率の悪い機械です。体内に蓄えられているエネルギーを自転車走行のエネルギーに変換する効率を η_{hb} とします。

1.7 必要な全動力と全エネルギー

これで、路面との摩擦に打ち勝ち、風に打ち勝ち、坂も登り、加速もできて、自転車走行に必要な全動力と全エネルギーを計算することができます。これまで導いた各式から全動力 P_T は次の式で表すことができます。

$$P_T = \frac{P_F + P_A + P_P + P_K}{\eta_{pt}} \quad (13)$$

同様に全エネルギー E_T は次の式で表すことができます。

$$E_T = \frac{E_F + E_A + E_P + E_K}{\eta_{pt} \cdot \eta_{hb}} \quad (14)$$

実際に自転車を走らせるために必要な動力には人間の効率は考慮しませんが、エネルギーについては体内で消費するエネルギーを知るために、人間の効率を考慮しました。

2. 人間と動力・エネルギー

2.1 人間が出せる動力

自転車に乗った人はどのくらいの動力を出すことができるのでしょうか。参考資料1によると、普通の人が長時間連続して出せる動力は **100 W** だそうです。一般的な電球1個分ですね。ツール・ド・フランス級の競技者は、なんとなんと **400 W** の動力を長時間連続して出せるそうです。すごい！

実は、「自転車の力学 - 1」で行った計算は、ペダルの踏み込み力が70 kgf、クランク長17 cm、前ギア回転速度60 rpmでしたが、これは動力にすると733 W (注1)になります。ツール・ド・フランス級の競技者で連続出力が400 Wですから、この世に存在しないスーパーマンの場合について計算していたことになりますね。失敗！失敗！

$$\text{注1: } 70 \text{ kgf} \times 17 \text{ cm} \times \frac{2 \times \pi \times 60 \text{ rpm}}{60} \times 9.807 \times 10^{-2} = 733 \text{ W}$$

2.2 摂取エネルギーと運動に使えるエネルギー

一方、人間は一日にどのくらいのエネルギーを摂取しているのでしょうか。参考資料2によると、身体に十分に成長させて健康を保ち、充実した生活を営むための栄養素と量の目標値を「栄養所要量」として国が策定しているようで、それによると、私が含まれる50歳~69歳・男性で適度な生活活動強度の場合のエネルギー所要量は **2,300 kcal / 日** だそうです。

摂取したエネルギーは、**基礎代謝**(Basal Metabolism)、**生活活動代謝**(Energy expenditure in physical work)、**食事誘導性体熱代謝**(Diet Induced Thermogenesis)で消費されます。

基礎代謝とは、体を動かさなくても、呼吸をしたり、心臓を動かしたり、すなわち、生命を維持するために最低限必要なエネルギーのことです。基礎代謝は、一日の総消費エネルギーのうち約70%を占めています。生命を維持するためには、多くのエネルギーが消費されます。最近、基礎代謝が測定できる機器を購入したのですが、それによると、私の基礎代謝は1,644 kcalでした。エネルギー所要量(2,300 kcal)の71.5%となり、一般的な70%に近い比率でした。

生活活動代謝とは、通勤のために歩いたり、仕事をしたり、家事をしたり、通常的生活活動に必要なエネルギーです。これは、日常の生活により個人差があります。特別に運動をしなければ、一日の総消費エネルギーのうち約20%を占めています。

食事誘導性体熱生産とは、咀嚼や消化、吸収、代謝など食事にともない消費されるエネルギーです。一日の総消費エネルギーのうち約10%を占めています。

参考資料3によると、日本人の場合、一日に食事などで摂取したエネルギーから、基礎代謝、生活活動代謝、食事誘導性体熱生産を差し引くと、平均的に**約300 kcal**が残るそうです。これを放置しておくとうけないので、300 kcalを消費するために「一日一万歩歩きましょう」というスローガンができたそうです。

普通に食事をして、普段どおりに活動した場合に、約300 kcalが残りますが、休日などで、仕事をしない場合や、普通以上に食べてしまった場合には、もっと多くのエネルギーが体内に残ることになりますね。

2.3 METS

米国スポーツ医学会が発表している **METS** (Metabolic Equivalents) という指標があり、さまざまな運動の強度を数値化しています。消費エネルギーを次の式で計算します。

$$\text{消費エネルギー (kcal)} = \text{体重 (kg)} \times \text{METS数} \times \text{運動時間 (時間)} \quad (15)$$

METS 数により、300 kcal は一万歩というスローガンを検証してみましょう。1 分間に 100 m (6 km/h) の速さでウォーキングしてみましょう。この場合の METS 数は 4 です。私の体重が 70 kg ですから、次の式から 1.07 時間続けると 300 kcal を消費できるようです。これが 1 万歩に相当するものとする、1 秒間に 2.6 歩になります。足がもつれそうな気がしますがいかがでしょうか。

$$300 \text{ kcal} = 70 \text{ kg} \times 4 \times 1.07 \text{ 時間} \quad (16)$$

この文書のテーマである自転車について見てみましょう。16 km/h の速度で一定走行した場合の METS 数は 5~6 です。私が 1 時間この速度でサイクリングをすると、消費エネルギーは次のように計算されます。

$$70 \text{ kg} \times (5 \sim 6) \times 1 \text{ 時間} = 350 \sim 420 \text{ kcal} \quad (17)$$

サイクリングの速度 16 km/h というのは、街中を普通に走行するときの平均速度くらいです。この速度で 1 時間サイクリングすると、平均的に体内に残るエネルギーをちょうど消費できるようです。もっと激しく乗る場合は、かなりのエネルギー補給が必要なのでしょうね。

3. 実際の問題についての試算

3.1 定数

私の体重が 70 kgf、自転車の重量が 14.9 kgf なので、合計質量を

$$m = \frac{70 \text{ kgf} + 14.9 \text{ kgf}}{980 \text{ cm/s}^2} = 0.087 \text{ kgf} \cdot \text{s}^2 / \text{cm}$$
 とします。

重力の加速度は $g = 980 \text{ cm/s}^2$ です。

摩擦抵抗係数はタイヤの種類，路面の状態によって変化します。ここでは参考資料 4 に従い $C_F = 0.007$ とします。

空気抵抗係数はレイノルズ数の関数になりますが、自転車の形状，ライダーの体格，姿勢，服装などによって変化するので、レイノルズ数を求めることは難しい作業です。ここでは参考資料 4 に従い $C_A = 0.9$ とします。

理科年表から空気密度は大気圧下で 25 のときに $\rho = 1.208 \times 10^{-9} \text{ kgf} \cdot \text{s}^2 / \text{cm}^4$ です。

自転車及びライダーの前面投影面積は、自転車の形状やライダーの体格，姿勢によって変化します。これも参考資料 4 に従い $A = 0.67 \times 10^4 \text{ cm}^2$ とします。これは一辺が 82 cm の正方形の面積に相当します。

動力伝達機構の効率、参考資料 5 に従い $\eta_{pt} = 0.95$ とします。

人間の効率は、参考資料 6 に従い $\eta_{hb} = 0.25$ とします。なんと、人間のエネルギー変換効率はこんなに低いのです。

これらの数値を使って、様々な条件で自転車を走らせた場合の動力とエネルギーを求めてみましょう。

3.2 無風で平地を一定速度で走行

無風で平地を一定速度で走行するとき、速度によって各動力がどのように変化するか見てみましょう。この場合、位置エネルギーの増加と運動エネルギーの増加はありませんね。

計算結果は図1のようになります。

全抵抗は街中での平均速度 15 km/h の場合に 53 W で、一般的な 100 W の電球半個分ですから、普通の人が連続出力できる動力の約半分ですから楽々走ることができますね。2.1 項で見たように、普通の人が長時間連続して出せる動力は 100 W ですから、無風で平地走行の場合、速度は 20 km/h は連続して出すことができそうですね。

ほぼ 15 km/h あたりで摩擦抵抗より空気抵抗が優勢になることが分かります。速度が速くなればなるほど空気の抵抗を強く感じるのは経験上の知識と合っていますね。

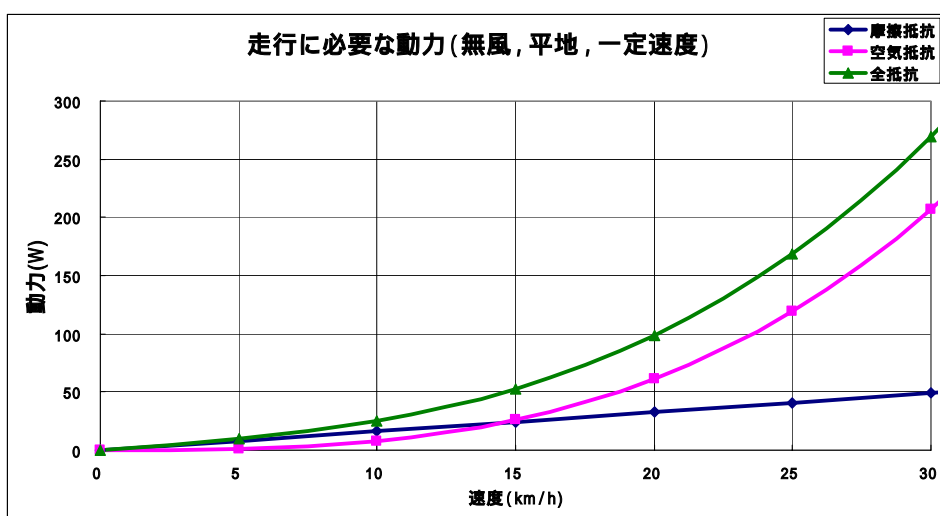


図1 走行に必要な動力 (無風, 平地, 一定速度)

では、15 km/h の速度で必要動力 53 W を継続した場合のエネルギーを見てみましょう。図2に示すように、継続時間 60 分 (1 時間) の必要エネルギーは 182 kcal です。15 km/h の速度で 1 時間ですから走行距離は 15 km です。2.3 項の METS 数では、16 km/h で約 1 時間走行すると 300 kcal を消費できるとなっていますが少し異なりますね。METS では、多少の風やその他の条件も考慮しているのかもしれませんが。図2からは、無風の中、平地を 15 km/h で 100 分走行すると 300 kcal が消費できることになります。

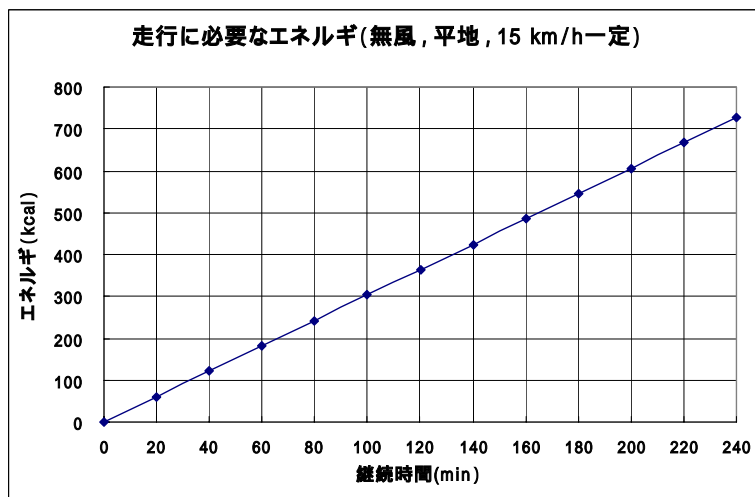


図2 走行に必要なエネルギー (無風, 平地, 15 km/h 一定)

3.3 向かい風の影響

街中を走行するときの平均速度は 15 km/h 程度です。この速度で走行するときの向かい風の影響を見ましょう。

計算結果は図 3 のようになります。速度が一定ですから、摩擦抵抗は一定になります。空気抵抗は風速が増すと急激に増加します。速度が 15 km/h で無風のときは、摩擦抵抗と空気抵抗がほぼ同じですが、向かい風が 3 m/s になると空気抵抗は 5 倍になります。

風速 3 m/s というのはビューフォートの風力階級表（参考資料 7）では「軽風」で「顔に風を感じる。木の葉がゆれる。」程度です。それでもこの風を正面から受けて自転車を走らせるのはかなり大きな動力を必要とすることが分かります。

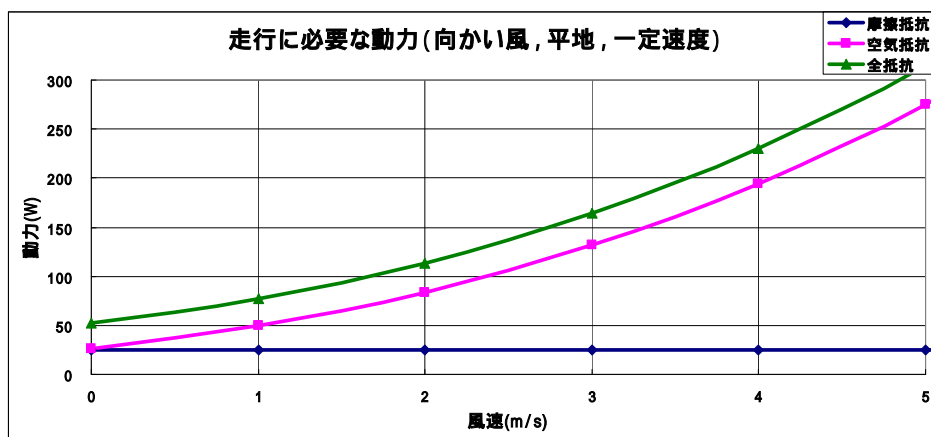


図 3 走行に必要な動力（向かい風，平地，一定速度 15 km/h）

普通の人連続出力が 100 W ですから、図 3 から 15 km/h で長時間走行するためには、風速 1.7 m/s 程が限界であることが分かります。それ以上の向かい風の場合は、途中でパテルことになるかもしれませんね。

では、風速 1.7 m/s で必要動力 100 W を継続した場合のエネルギーを求めてみましょう。図 4 に示すように 1 時間走行するのに要するエネルギーは 344 kcal になります。無風の場合と比べて 6.5 倍のエネルギーが必要になります。軽風でもかなり大きな抵抗になっていることが分かります。これで、毎日平均的に体内に残る 300 kcal を消費できそうですね。もしかしたら、METS 数は、軽風の中、平地を平均的速度で走行する場合を想定しているのでしょうか。

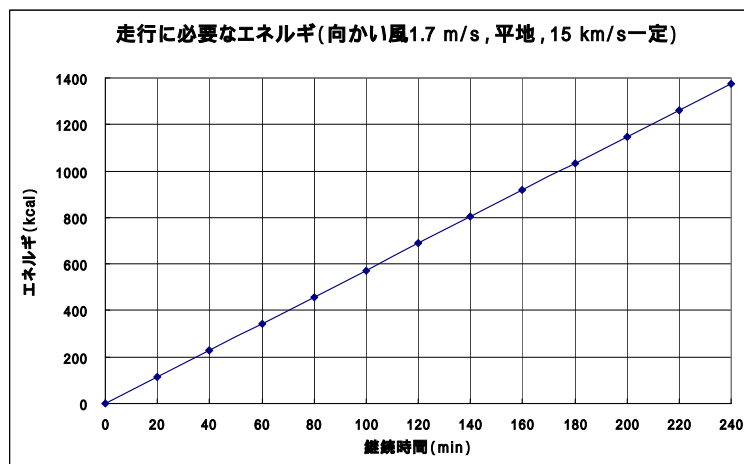


図 4 走行に必要なエネルギー（向かい風 1.7 m/s，平地，15 km/h 一定）

3.4 上り坂の影響

坂を登るのは結構つらいですね。坂の勾配によってどの程度つらいのか調べてみましょう。異なる勾配を一定速度（10 km/h）で登りきることを考えます。風はないものとします。水平距離 100 m で高さが 15 m までの登り勾配（勾配 15 %）を考えました。結果は図 5 のとおりです。高さ 15 m で位置エネルギーの増加に必要な動力が約 350 W ですから、我々普通の人間の連続出力 100 W では、連続して上るのは無理なようです。一定速度 10km/h で連続して上れるのは、勾配 3%が限度のようです。

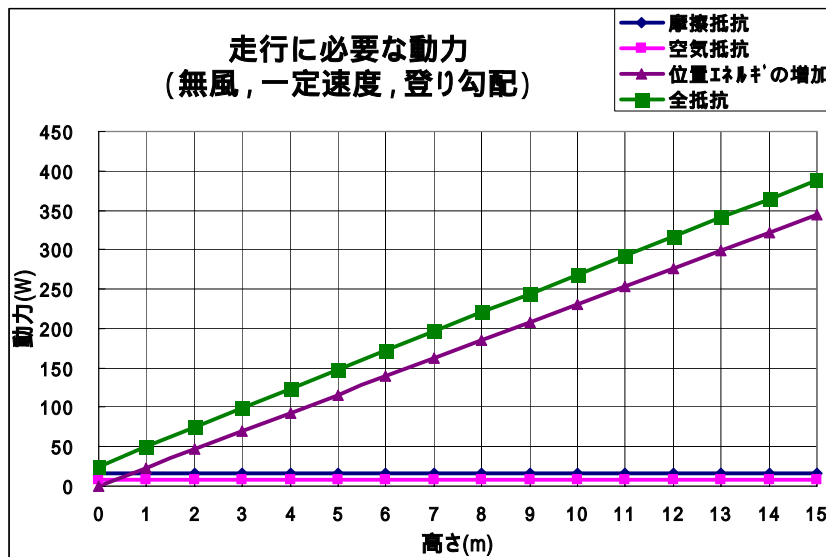


図 5 走行に必要な動力（無風，一定速度 10 km/h，登り勾配）

正月の箱根駅伝で有名な神奈川県箱根町の宮ノ下（標高 417 m）から箱根峠（標高 818 m）の間は、区間距離が 13.4 km で標高差が 401 m ですから平均勾配が 3 %（水平距離 100 m で 3 m 上る）です。図 5 では横軸が 3 m のところに相当しますから全動力は 98.5 W になります。ということは、箱根の坂は、我々普通の人間でも連続して上れそうです。ただ、あくまでも平均勾配であり、もっと勾配の大きな坂もあるでしょうから、そこでバテルのでしょうか。

では、箱根の坂程度の平均勾配 3 %の坂を 10 km/h の一定速度で上るときのエネルギーを考えてみます。箱根の坂の区間距離が 13.4 km ですから、登りきるのに 1.34 h がかかります。必要動力は 98.5 W ですからエネルギーは次のように計算されます。0.25 は人間のエネルギー変換効率です。

$$E_T = \frac{98.5 \text{ W}}{1000} \times 1.34 \text{ h} \times 860 \text{ kcal} / \text{kW} \cdot \text{h} \times \frac{1}{0.25} = 454 \text{ kcal} \quad (18)$$

さすがに、この坂を上るだけ、例の 300 kcal を上回ってしまいます。図 4 の同じ継続時間と比較すると、向かい風 1.7 m/s の場合の平地走行とエネルギー消費がほぼ同等であることが分かります。箱根の坂というと相当すごいという感覚ですが、軽風の抵抗と同じ程度なんですね。もっとも、実際には勾配の大きな坂もあり、しかも向かい風もあるでしょうから、実際はかなりきついのでしょうか。

私の家の近くに、横浜市西区の浅間下交差点から三ツ沢公園へ上る坂、横浜市中区の元町から港の見える丘公園へ上る谷戸坂など急な坂があります。勾配がどの程度あるのかわかりません。三ツ沢公園に登る坂はそれほどでもありませんが、谷戸坂は距離がこの倍あると途中できつとギブアップすると思います。上り坂は短時間に大きなエネルギーを消費するのできついのでしょうか。

3.5 加速の影響

時速 5 km/h のポタリング状態から一気に時速 35 km/h まで加速することを考えます。加速に要する時間を変えて計算してみます。結果を図 6 に示します。図 6 の動力を見ると、人間が出力できる動力から見て、10 秒以内に加速することは不可能であることが分かります。少なくとも 20 秒近くの加速時間が必要になります。

ただし、加速に要する時間は高々 20 秒程度なので、図 7 に示すように加速に必要なエネルギーは非常に小さなものです。一気に加速するとかなりきついのですが、消費するエネルギーはあまり大きくありません。短距離走と長距離走の違いですね。

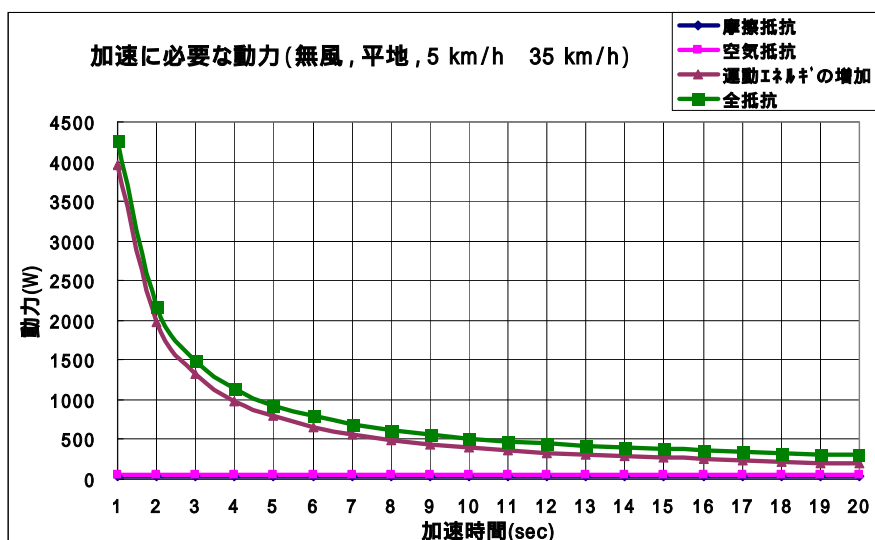


図 6 加速に必要な動力 (無風, 平地, 加速 5 km/h 35 km/h)

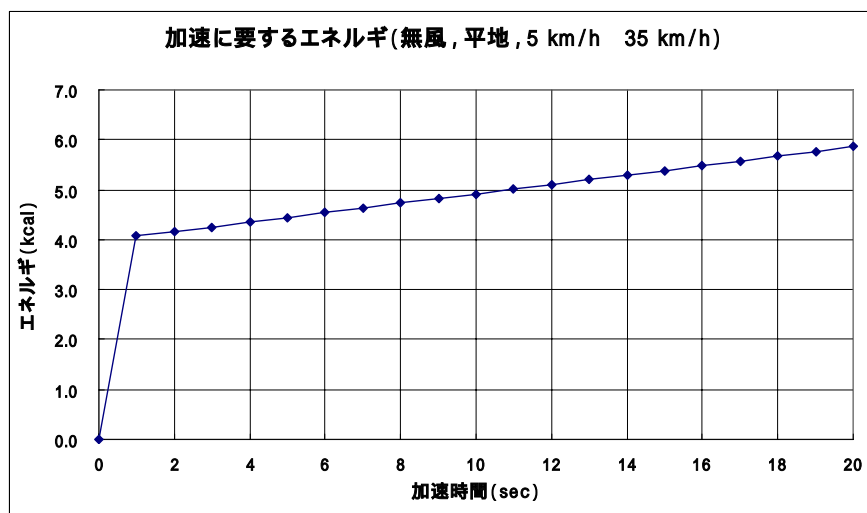


図 7 加速に必要なエネルギー (無風, 平地, 加速 5 km/h 35 km/h)

以上の計算結果が自転車愛好家の方の参考になれば幸いです。

【参考資料】

1. http://www.geocities.jp/jitensha_tanken/man.power.html
2. http://www1.mhlw.go.jp/shingji/s9906/s0628-1_11.html
3. http://www.pref.kanagawa.jp/osirase/40/4317/s_joho/sports/lets/sports_4.htm
4. <http://socrates.berkeley.edu/~fajans/Teaching/CalcsWeb.htm>
5. <http://damonrinard.com/aero/formulas.htm>
6. http://www.obihiro.ac.jp/~rhythms/life&rhythm/01/A_life_and_energy_dissipation.html
7. http://www.kishou.go.jp/know/kansoku_guide/c4.htm#ビューフォート風力階級表

以上